

2018~2019学年天津河西区天津市培杰中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题

(本大题共12题，每小题3分，共计36分。)

1. 下列条件中，使得 $\triangle ABC$ 有唯一解的是 () .

A. $a = 4, b = 5, A = 30^\circ$

B. $a = 5, b = 4, A = 60^\circ$

C. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}, B = 120^\circ$

D. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{6}, A = 60^\circ$

2. 下列各式不能化简为 $\overrightarrow{AD}$ 的是 () .

A. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{BC}$

B. $(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM})$

C. $(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{BM}$

D. $(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{CD}$

3. 已知经过点 $P(3, m)$ 和点 $Q(m, -2)$ 的直线的斜率等于2，则 m 的值为 () .

A. -1

B. 1

C. 2

D. $\frac{4}{3}$

4. 已知 $|\overrightarrow{a}| = 8, |\overrightarrow{b}| = 4$ ，它们的夹角 θ 为 120° ，则向量 $\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{a}$ 方向上的投影为 () .

A. 4

B. -4

C. 2

D. -2

5. 已知直线 l_1, l_2 的斜率是方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两个实数根，则 l_1 与 l_2 的位置关系是 () .

A. 平行

B. 重合

C. 相交但不垂直

D. 垂直

6. 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， E, F 分别是 AB_1, BC_1 的中点，则必有 () .

A. $EF \parallel AB$

B. $EF \perp BC$

C. $EF \parallel$ 平面 ACC_1A_1

D. $EF \perp$ 平面 BCC_1B_1

7. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为 () .

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 不确定

8. 在锐角三角形 ABC 中， $|\overrightarrow{AB}| = 4, |\overrightarrow{AC}| = 1$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值为 () .

A. 2

B. -2

C. 4

D. -4

9. 已知 l, m, n 是三条直线， α 是一个平面，下列命题：

①若 $l \perp \alpha$ ，则 l 与 α 相交，

②若 $l \parallel \alpha$ ，则 α 内所有直线与 l 平行，

③若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, l \perp m, l \perp n$ ，则 $l \perp \alpha$ ，

④若 $l \parallel m, m \parallel n, l \perp \alpha$ ，则 $n \perp \alpha$ 。

其中，正确的是 () .

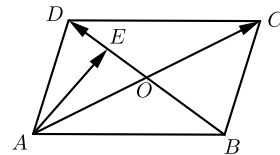
A. ①②

B. ①④

C. ②③

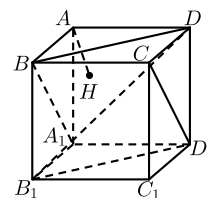
D. ②④

10. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , E 是线段 OD 的中点, 若 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$, 则 $\overrightarrow{AE}$ 等于 ().



- A. $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ C. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$ D. $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

11. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, 过点 A 作平面 A_1BD 的垂线, 垂足为 H , 则下列命题中, 错误的是 ().



- A. H 是 $\triangle A_1BD$ 的垂心 B. AH 垂直于平面 CB_1D_1
C. AH 的延长线经过点 C_1 D. 直线 AH 和 BB_1 所成角为 45°

12. 正四棱锥的顶点都在同一球面上, 若该棱锥的高为4, 底面边长为2, 则该球的表面积为 ().

- A. $\frac{81\pi}{4}$ B. 16π C. 9π D. $\frac{27\pi}{4}$

二、填空题

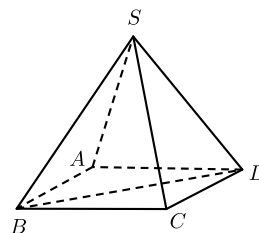
(本大题共6题, 每小题4分, 共计24分。)

13. 已知点 $A(4, 1)$, $B(1, 5)$, 则与向量 $\overrightarrow{AB}$ 方向相同的单位向量为 _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c . 若 $a = \sqrt{7}$, $b = 2$, $A = 60^\circ$, 则 $\sin B =$ _____, $c =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c , 若 $A = 30^\circ$, $\cos B = \frac{3}{5}$, $BC = 5$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

16. 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, E 是 SA 上一点, 当点 E 满足条件: _____ 时, $SC \parallel$ 平面 EBD .



17. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 各棱长均相等, BC_1 与 B_1C 的交点为 D , 则直线 AD 与平面 BB_1C_1C 所成角的大小是 _____ .

18. 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上, $AB = 3$, $AC = 4$, $AB \perp AC$, $AA_1 = 12$, 则球 O 的表面积为 _____ .

三、解答题

19. 设 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 为两个不共线的向量, 且 $\vec{a} = \vec{e}_1 + \lambda \vec{e}_2$, $\vec{b} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$,

(1) 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线, 求实数 λ 的值.

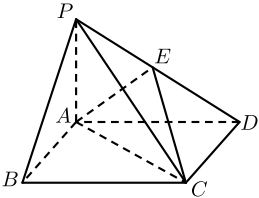
(2) 若 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 为互相垂直的单位向量, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求实数 λ 的值.

20. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 且 $a \cos C + c \cos A = -2b \cos A$.

(1) 求角 A 的大小.

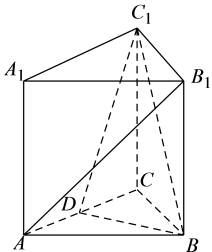
(2) 若 $a = 2\sqrt{3}$, $b + c = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. 如图，在底面是矩形的四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA = AB$ ， E 是 PD 的中点，求证：



- (1) $PB \parallel$ 平面 EAC .
- (2) 平面 $PDC \perp$ 平面 PAD .

22. 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ ， $A_1A \perp$ 底面 ABC ，且 $\triangle ABC$ 为正三角形， $A_1A = AB = 6$ ， D 为 AC 中点.



- (1) 求证：直线 $AB_1 \parallel$ 平面 BC_1D .
- (2) 求证：平面 $BC_1D \perp$ 平面 ACC_1A_1 .
- (3) 求三棱柱 C_1-BCD 的体积.